WPISUJE ZDAJĄCY

KOD | **PESEL**

OKRĘGOWA KOMISJA EGZAMINACYJNA W POZNANIU

MATERIAŁ ĆWICZENIOWY Z MATEMATYKI

POZIOM ROZSZERZONY

Styczeń 2017

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 19 stron (zadania 1. – 17.). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zamieść w miejscach na to przeznaczonych.
3. Odpowiedzi do zadań zamkniętych (1.-5.) przenieś na kartę odpowiedzi, zaznaczając je w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj ■ pola do tego przeznaczonego. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem i zaznacz właściwe.
4. W zadaniach 6.-8. Wpisz odpowiednie cyfry w kratki pod treścią zadań.
5. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniach zadań otwartych (9.-17.) może spowodować, że za te rozwiązania nie będziesz mógł uzyskać maksymalnej liczby punktów.
6. Pisz czytelnie i używaj <u>tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.</u>
7. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie podlegają ocenie.
8. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.
9. Na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
10. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.

Czas pracy: 180 minut

Liczba punktów do uzyskania: 50

W zadaniach od 1. do 5. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. *(1 pkt)*

Dana jest funkcja $f(x)=\dfrac{\sqrt{x+1}}{x^3+2x^2-5x-10}$. Dziedziną tej funkcji jest zbiór

A. $\langle -1,+\infty)$

B. $(-1,\sqrt{5})\cup(\sqrt{5},+\infty)$

C. $\langle -1,\sqrt{5})\cup(\sqrt{5},+\infty)$

D. $(-\infty,-\sqrt{5})\cup(-\sqrt{5},-2)\cup(2,\sqrt{5})\cup(\sqrt{5},+\infty)$

Zadanie 2. *(1 pkt)*

Objętość kuli wpisanej w sześcian o krawędzi $a=4+2\sqrt{3}$ jest równa

A. $\frac{4}{3}\pi\left(8+3\sqrt{3}\right)$

B. $\frac{4}{3}\pi\left(26+15\sqrt{3}\right)$

C. $\frac{4}{3}\pi\left(64+24\sqrt{3}\right)$

D. $\frac{4}{3}\pi\left(208+120\sqrt{3}\right)$

Zadanie 3. *(1 pkt)*

Wszystkie wartości parametru $\alpha\in\langle 0,2\pi\rangle$, dla których wykres funkcji $y=\left(\cos\alpha+\frac{3}{4}\right)x-2$ jest prostopadły do wykresu funkcji $y=-4x-4$, to

A. $\alpha=\frac{1}{3}\pi$

B. $\alpha=\frac{2}{3}\pi$

C. $\alpha=\frac{1}{3}\pi$ lub $\alpha=\frac{5}{3}\pi$

D. $\alpha=\frac{2}{3}\pi$ lub $\alpha=\frac{4}{3}\pi$

BRUDNOPIS

Zadanie 4. *(1 pkt)*

Granica $\lim_{n\to\infty} \frac{3-(2a+1)n^2}{2an^2+1}$ jest równa 3, gdy

A. $a=-1$ **B.** $a=-\frac{1}{8}$ **C.** $a=\frac{3}{2}$ **D.** $a=3$

Zadanie 5. *(1 pkt)*

Dana jest funkcja liniowa spełniająca warunki $f(0)=2$ i $f(\sqrt{3})=-1$. Zatem:

A. $f'(-\sqrt{3})=-\sqrt{3}$ **B.** $f'(0)=2$ **C.** $f'(\sqrt{3})=\sqrt{3}$ **D.** $f'(1)=0$

W zadaniach od 6. do 8. zakoduj rozwiązanie w miejscu na to przeznaczonym.

Zadanie 6. (*2 pkt*)

Oblicz wartość wyrażenia $\log_{\sqrt{3}} 8 \cdot \log_4 81 \cdot \log_{\sqrt{7}} 81 \cdot \log_3 49$. Zakoduj cyfrę setek, dziesiątek i jedności otrzymanego wyniku.

Zadanie 7. *(2 pkt)*

Dany jest ciąg określony wzorem rekurencyjnym $\begin{cases} a_1 = 4 \\ a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 2^n \end{cases}$ dla $n \ge 1$. Wyznacz x, dla którego ciąg $(a_2, a_3, x \cdot a_4)$ będzie ciągiem geometrycznym. Zakoduj trzy pierwsze cyfry po przecinku rozwinięcia dziesiętnego liczby x.

Zadanie 8. *(2 pkt)*

Do wykresu funkcji $f(x)=\frac{1}{3}x^2+mx+1$ należy punkt A o odciętej $x=-3$. Styczna, poprowadzona do wykresu funkcji *f* w tym punkcie, jest nachylona do osi Ox pod kątem $60°$. Wyznacz wartość parametru m. Zakoduj cyfrę jedności i dwie pierwsze cyfry po przecinku rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

BRUDNOPIS

Zadanie 9. (*3 pkt)*

Oblicz miary kątów ostrych w trójkącie prostokątnym wiedząc, że suma ich sinusów jest równa $\frac{\sqrt{6}}{2}$.

Odpowiedź: ……………………………………………………………………………………..

Zadanie 10. *(4 pkt)*

Rozwiąż równanie $||x-1|-|3-x||=2$.

Odpowiedź: ……………………………………………………………………………………..

Zadanie 11. *(3 pkt)*

Udowodnij, że dla każdej liczby naturalnej n większej od 1 prawdziwa jest nierówność

$$\binom{2n}{2} > 2 \cdot \binom{n}{1}.$$

Zadanie 12. (*3 pkt*)

W trójkącie ostrokątnym ABC poprowadzono wysokości AA_1 i BB_1. Punkt O jest środkiem okręgu opisanego na tym trójkącie. Udowodnij, że proste zwierające odcinki OC i A_1B_1 są prostopadłe.

Zadanie 13. (*4 pkt*)

Dane są dwie proste $y = 3x - 4$ i $y = -2x - 5$. Prosta k przecina te proste w punktach A i B. Środek odcinka AB ma współrzędne $S = \left(\frac{7}{2}, -4\right)$. Wyznacz nierówność opisującą koło o środku w punkcie S, do brzegu którego należą punkty A i B.

Odpowiedź: ……………………………………………………………………………………..

Zadanie 14. (*5 pkt*)

Długości wszystkich krawędzi ostrosłupa czworokątnego prawidłowego są równe a. Przez wierzchołek ostrosłupa i środki dwóch sąsiednich krawędzi podstawy poprowadzono płaszczyznę. Wyznacz sinus kąta nachylenia wyznaczonego przekroju do podstawy ostrosłupa.

Odpowiedź: ……………………………………………………………………………..

Zadanie 15. (*6 pkt*)

Wyznacz wszystkie rzeczywiste wartości parametru m, dla których trójmian kwadratowy $f(x) = mx^2 + (m-2)x - 2$ ma dwa różne pierwiastki tego samego znaku, spełniające warunek $x_1 + x_2 \leq x_1 x_2$.

Odpowiedź: ………………………………………………………………………………..

Zadanie 16. (*7 pkt*)

Różnica ciągu arytmetycznego (a_n) jest liczbą mniejszą od 1. Wyznacz najmniejszą wartość wyrażenia $\frac{a_1 \cdot a_{49}}{a_{50}}$ wiedząc, że $a_{51} = 1$.

Odpowiedź: ……………………………………………………………………………………..

Zadanie 17. (*4 pkt*)

W urnie jest $2n$ białych i n zielonych kul. Z urny wyjęto dwa razy po jednej kuli bez zwracania. Oblicz prawdopodobieństwo, że wylosowano drugą kulę białą, jeśli wiadomo, że pierwsza też była biała. Wyznacz n tak, aby prawdopodobieństwo było równe $\frac{11}{17}$.

Odpowiedź: ……………………………………………………………………………………..

BRUDNOPIS