

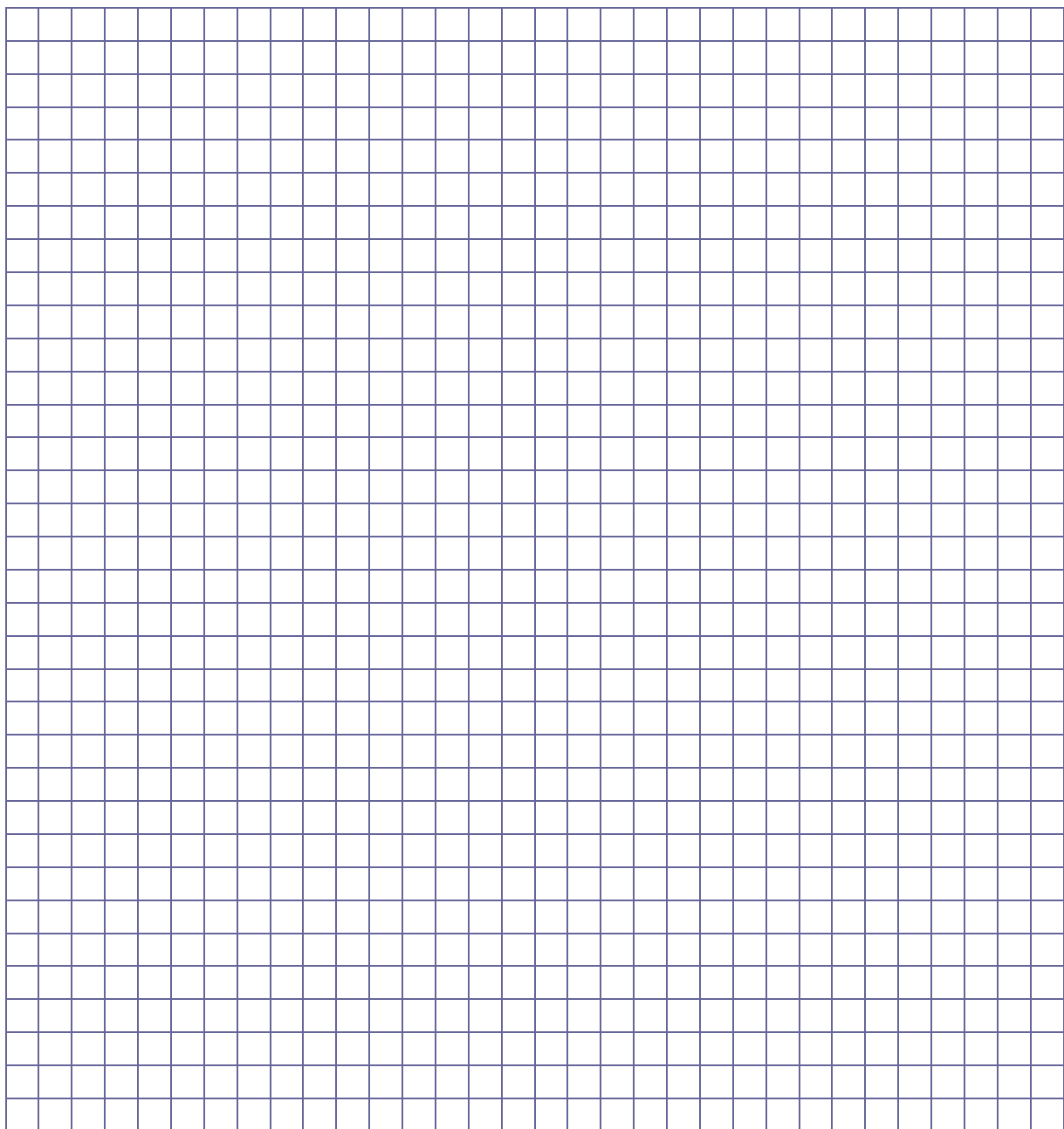
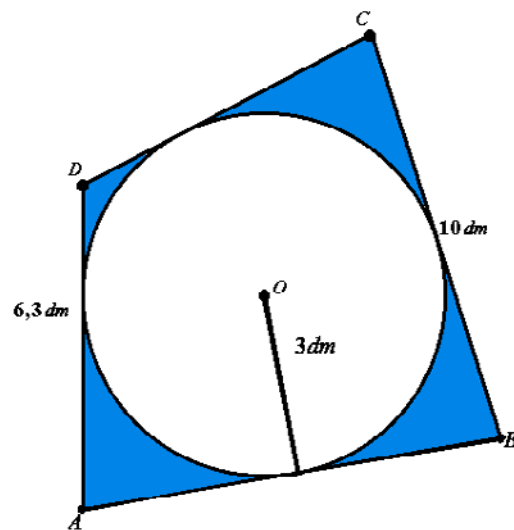
Planimetria

– poziom rozszerzony

Zadanie 1. (6 pkt)

Źródło: CKE 2005 (PP), zad. 8.

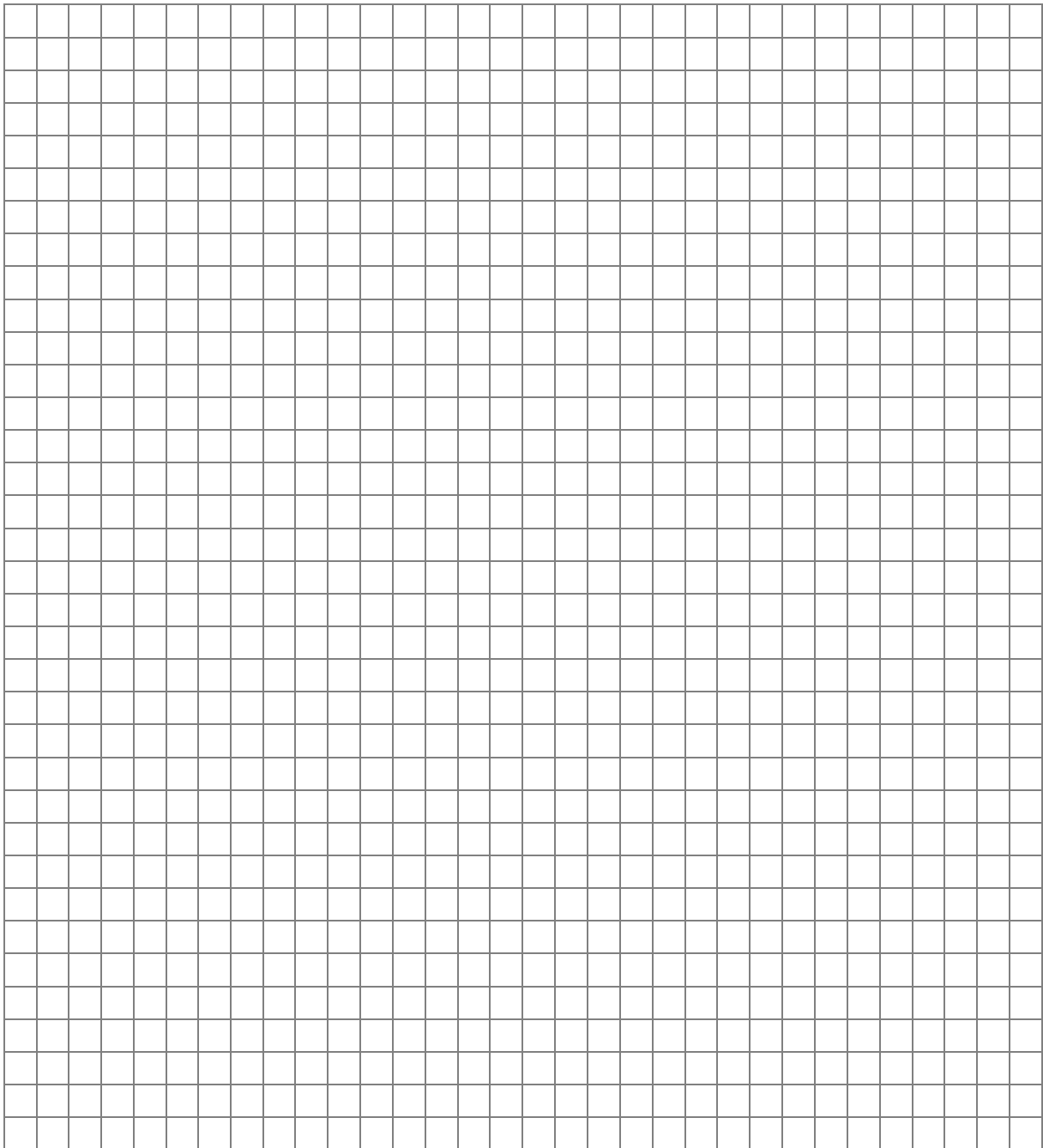
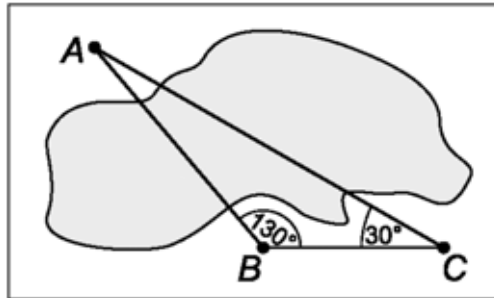
Z kawałka materiału o kształcie i wymiarach czworokąta $ABCD$ (patrz na rysunek obok) wycięto okrągłą serwetkę o promieniu 3 dm . Oblicz, ile procent całego materiału stanowi jego niewykorzystana część. Wynik podaj z dokładnością do $0,01$ procenta.



Zadanie 2. (3 pkt)

Źródło: CKE 05.2006 (PR), zad. 16.

Obiekty A i B leżą po dwóch stronach jeziora. W terenie dokonano pomiarów odpowiednich kątów i ich wyniki przedstawiono na rysunku. Odległość między obiektami B i C jest równa 400 m. Oblicz odległość w linii prostej między obiektami A i B i podaj wynik, zaokrąglając go do jednego metra.

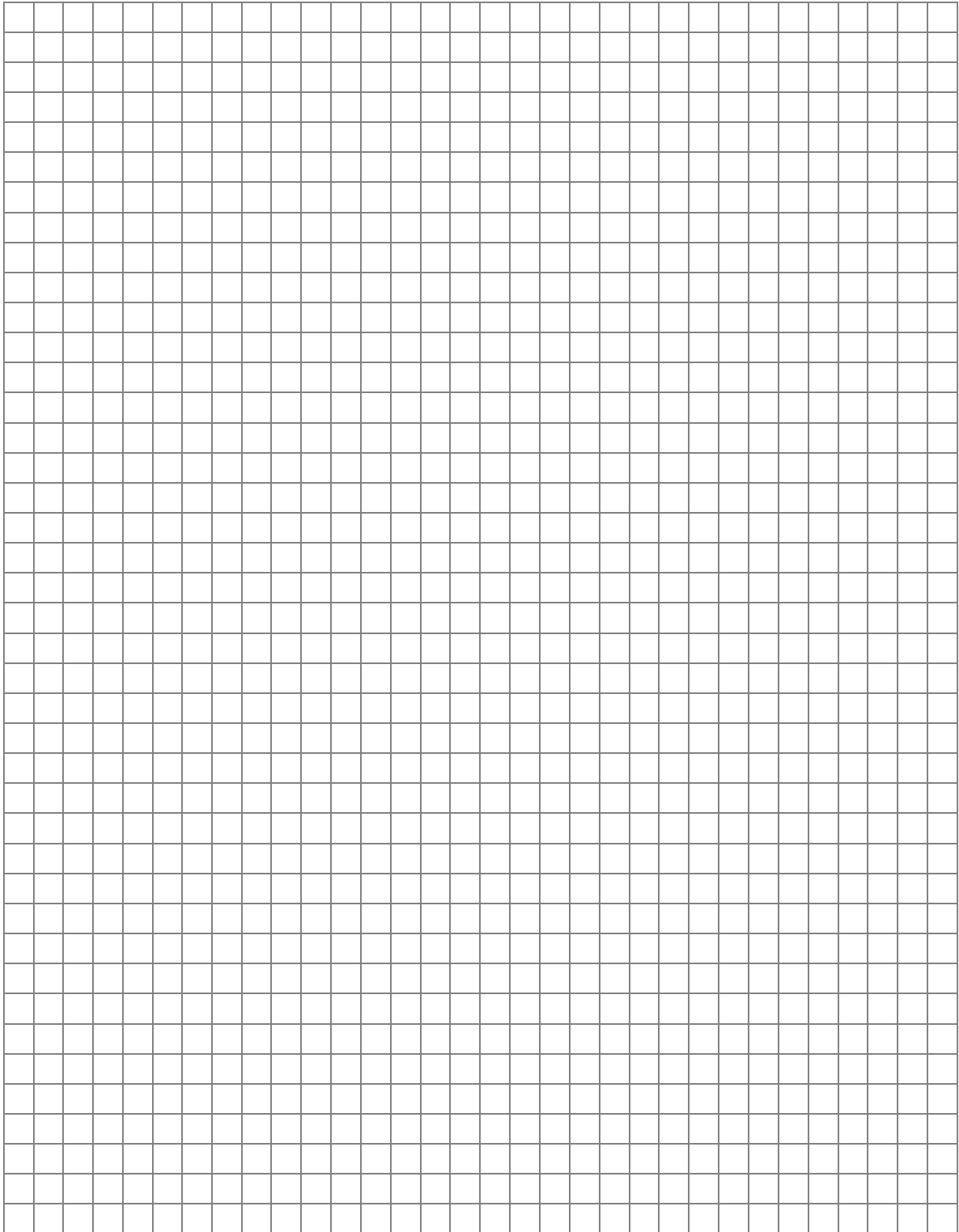


Zadanie 3. (6 pkt)

Źródło: CKE 05.2006 (PR), zad. 17.

Na okręgu o promieniu r opisano trapez równoramienny $ABCD$ o dłuższej podstawie AB i krótszej CD . Punkt styczności S dzieli ramię BC tak, że $\frac{|CS|}{|SB|} = \frac{2}{5}$.

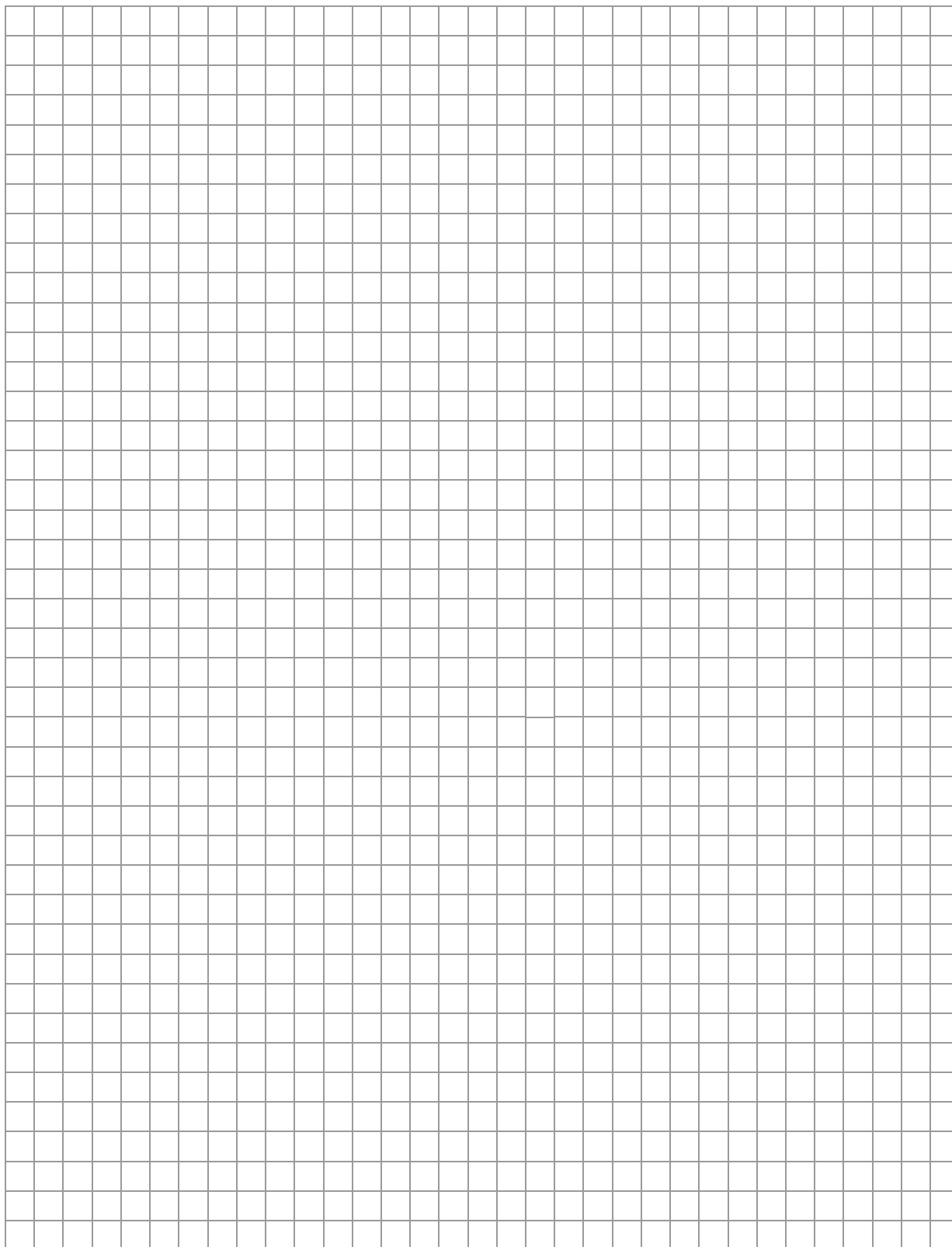
- Wyznacz długość ramienia tego trapezu.
- Oblicz cosinus $|\sphericalangle CBD|$.



Zadanie 4. (7 pkt)

Źródło: CKE 11.2006 (PR), zad. 4.

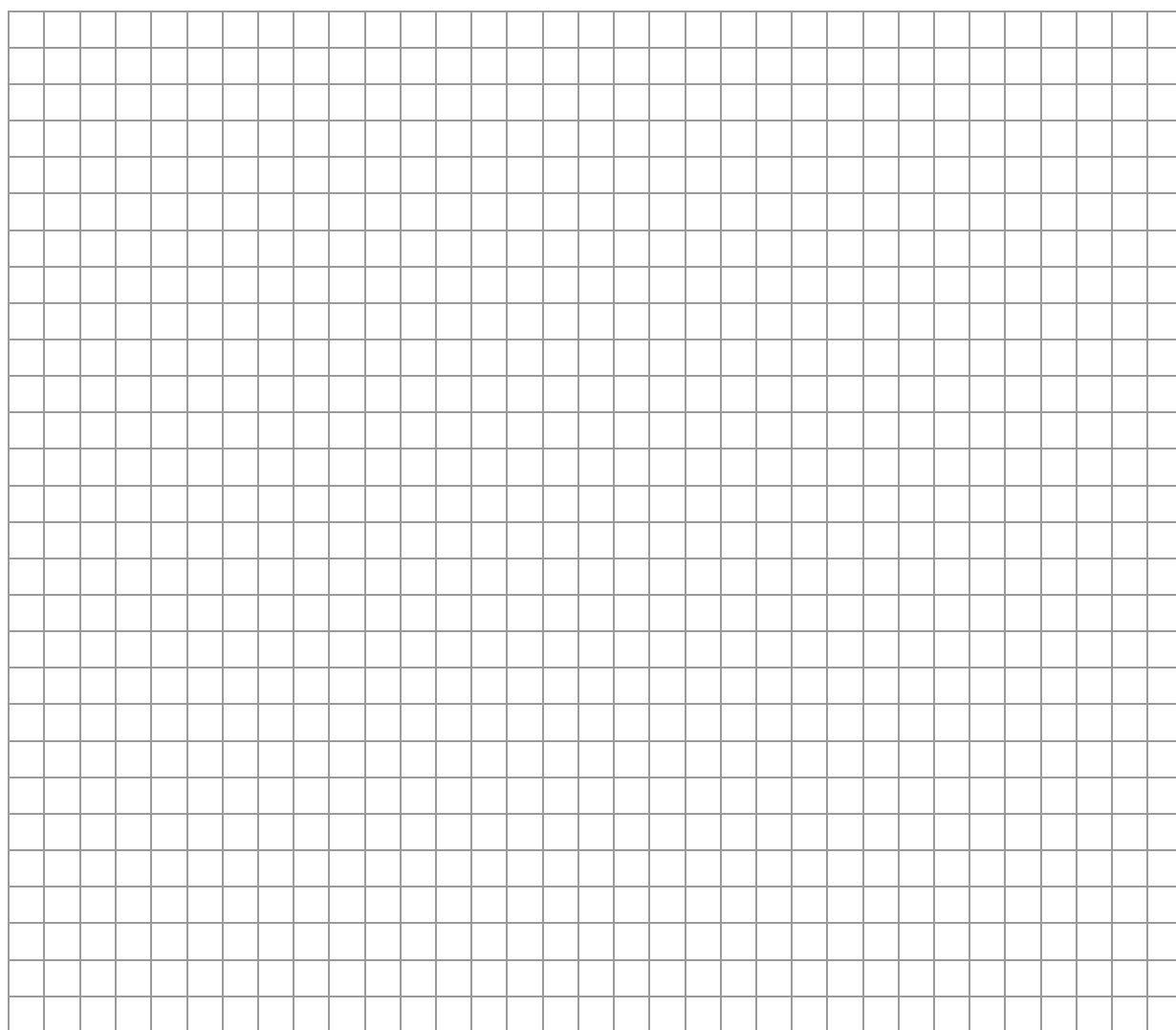
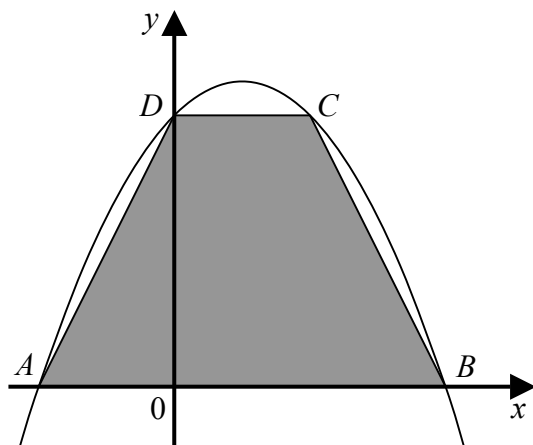
Trójkąt prostokątny ABC , w którym $|\sphericalangle BCA| = 90^\circ$ i $|\sphericalangle CAB| = 30^\circ$, jest opisany na okręgu o promieniu $\sqrt{3}$. Oblicz odległość wierzchołka C trójkąta od punktu styczności tego okręgu z przeciwprostokątną. Wykonaj odpowiedni rysunek.



Zadanie 5. (4 pkt)

Źródło: CKE 11.2006 (PR), zad. 6.

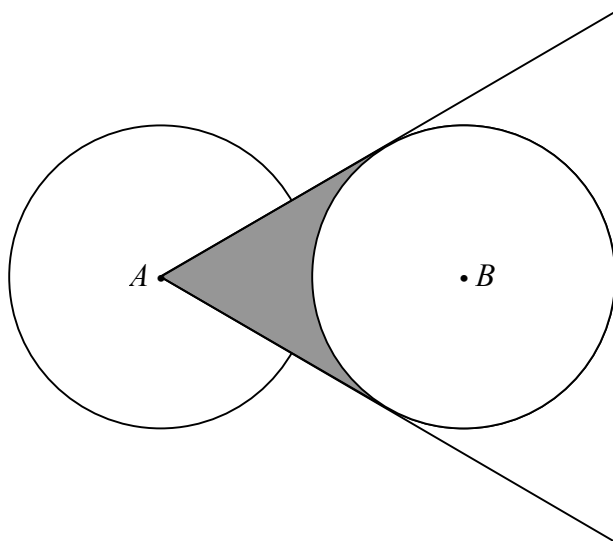
Podstawa AB trapezu $ABCD$ jest zawarta w osi Ox , wierzchołek D jest punktem przecięcia paraboli o równaniu $y = -\frac{1}{3}x^2 + x + 6$ z osią Oy . Pozostałe wierzchołki trapezu również leżą na tej paraboli (patrz rysunek). Oblicz pole tego trapezu.

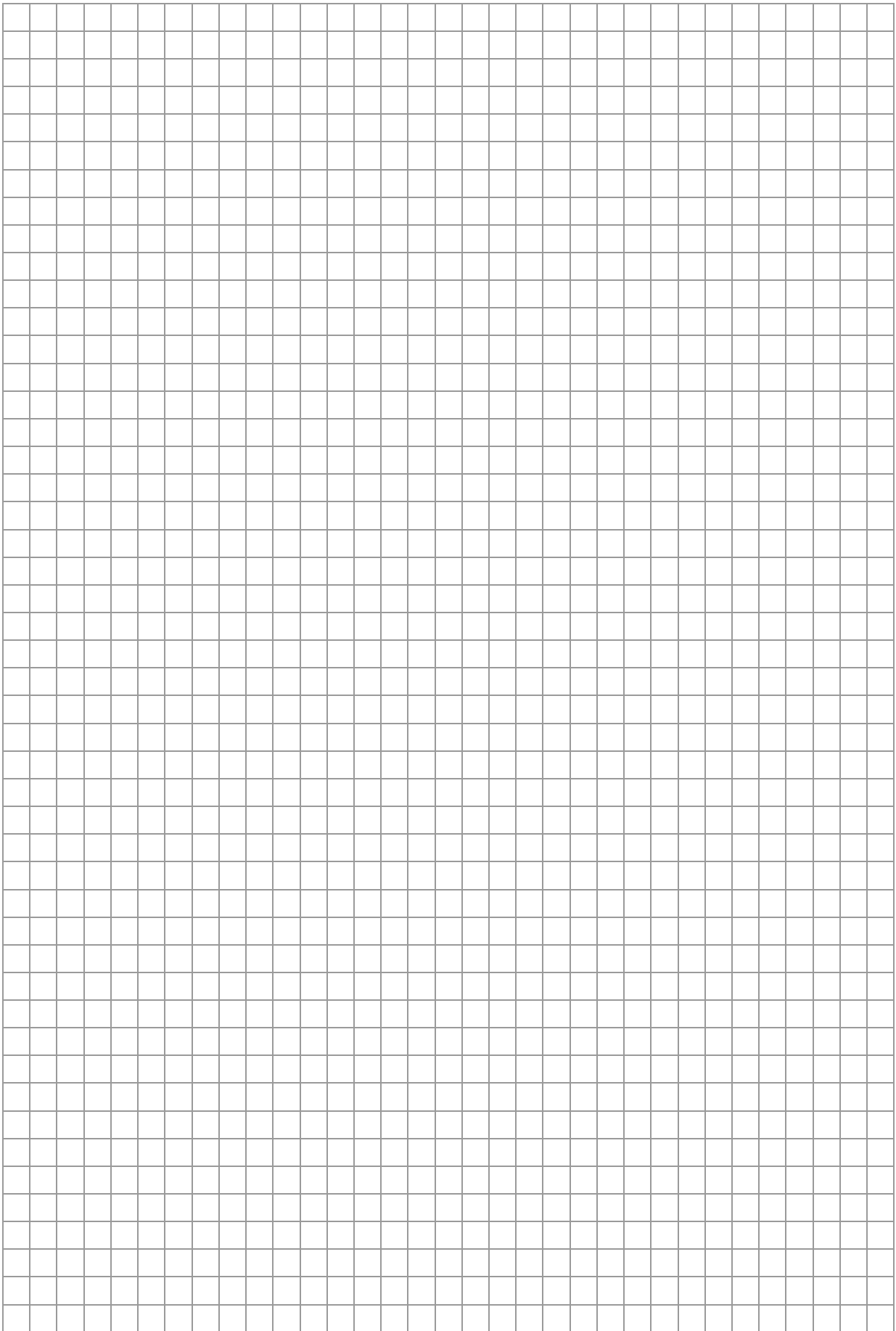


Zadanie 6. (4 pkt)

Źródło: CKE 11.2006 (PR), zad. 12.

Dwa okręgi, każdy o promieniu 8, są styczne zewnętrznie. Ze środka jednego z nich poprowadzono styczne do drugiego okręgu. Oblicz pole zacieniowanej figury (patrz rysunek).

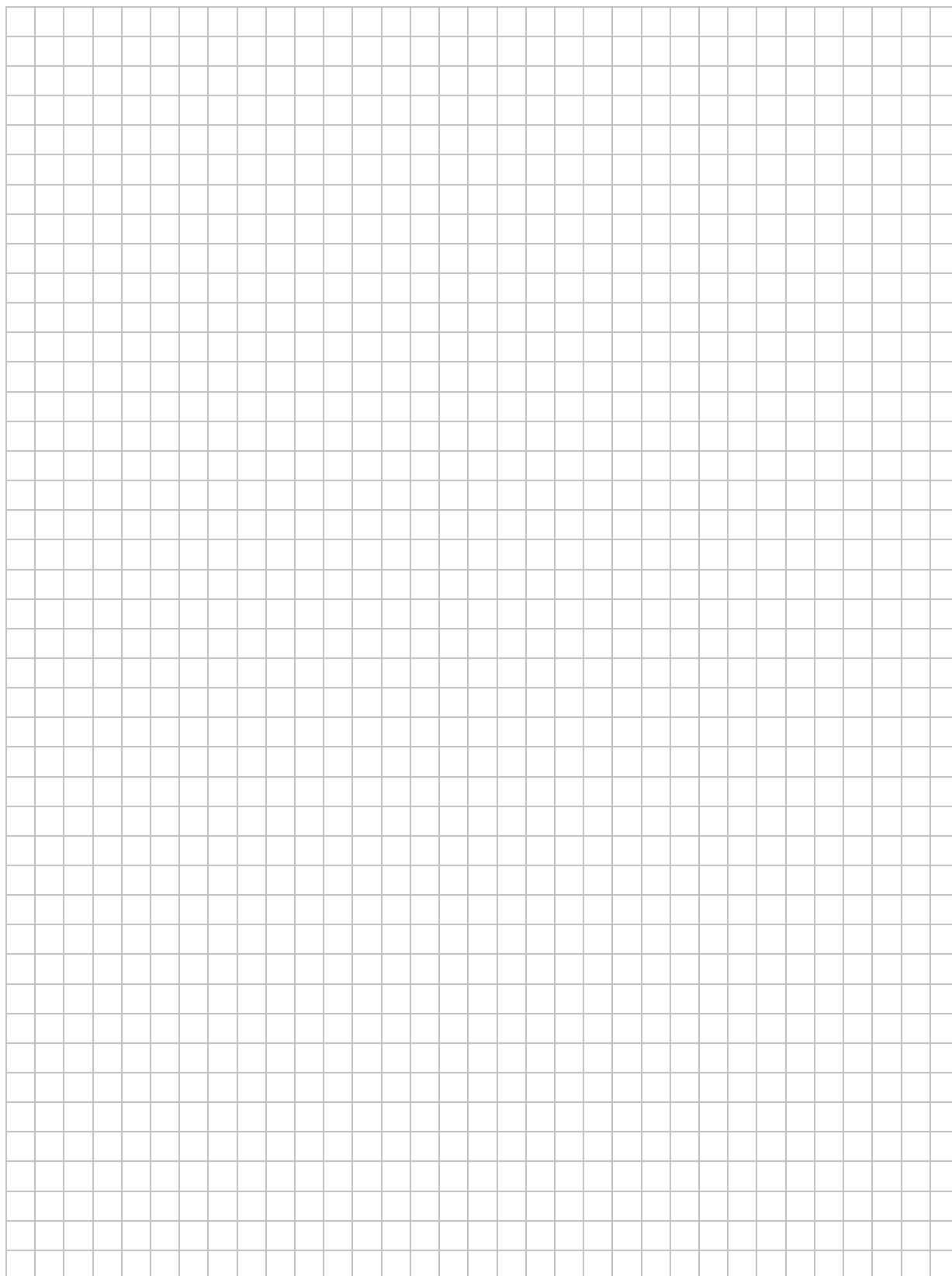




Zadanie 7. (3 pkt)

Źródło: CKE 2007 (PR), zad. 4.

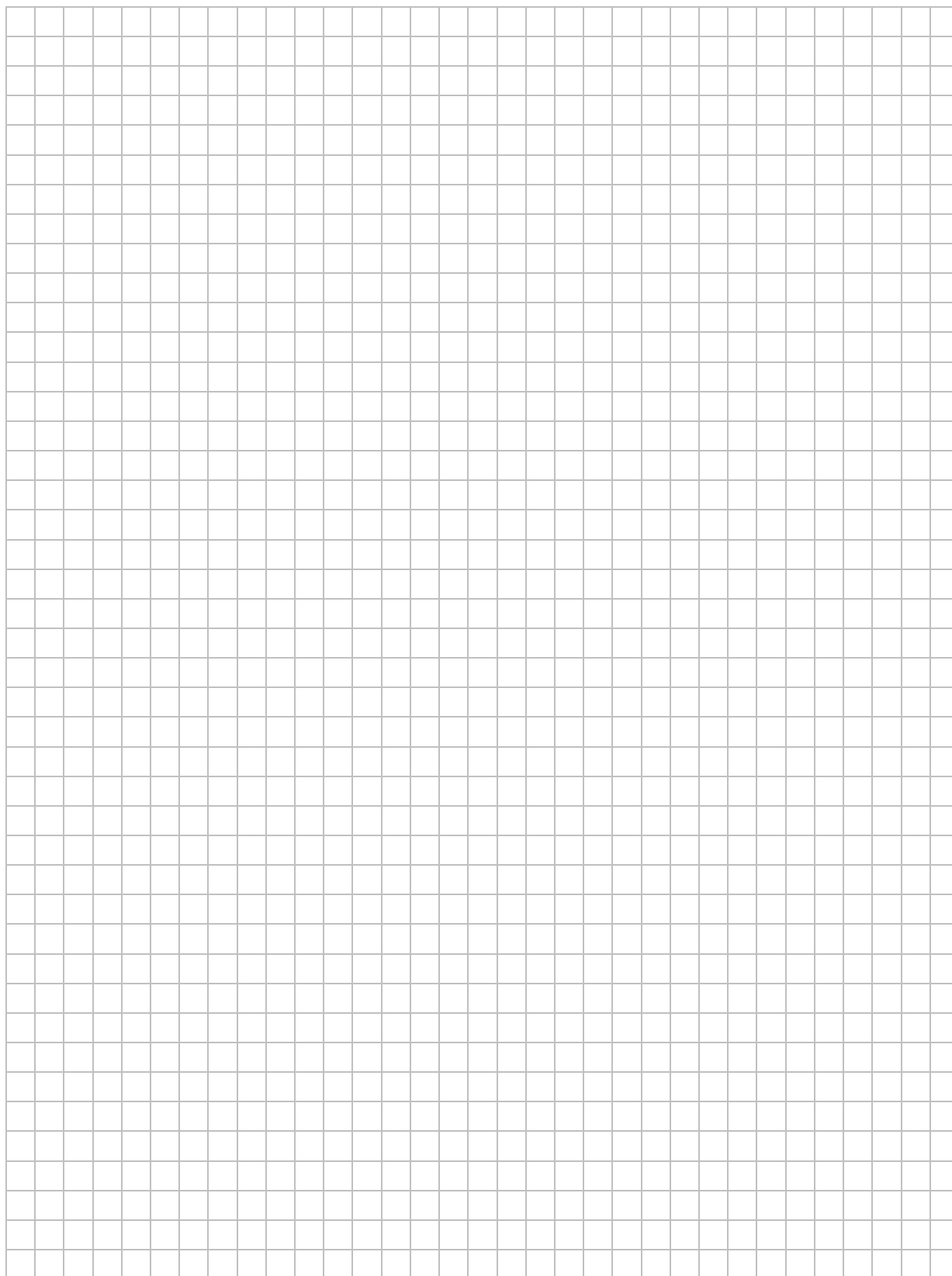
Dany jest trójkąt o bokach długości 1 , $\frac{3}{2}$, 2 . Oblicz cosinus i sinus kąta leżącego naprzeciw najkrótszego boku tego trójkąta.



Zadanie 8. (4 pkt)

Źródło: CKE 2007 (PR), zad. 10.

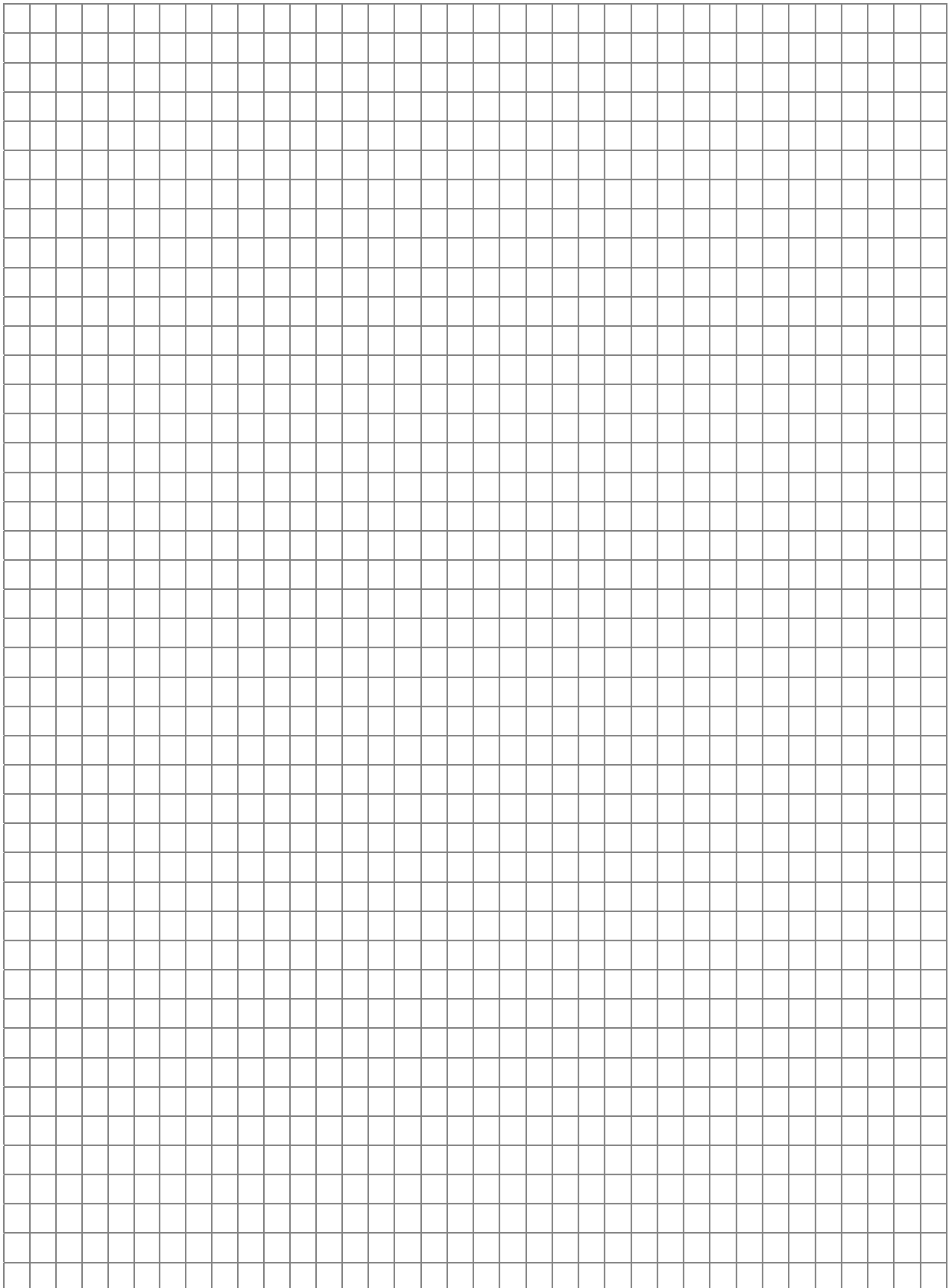
Na kole opisany jest romb. Stosunek pola koła do pola rombu wynosi $\frac{\pi\sqrt{3}}{8}$. Wyznacz miarę kąta ostrego rombu.

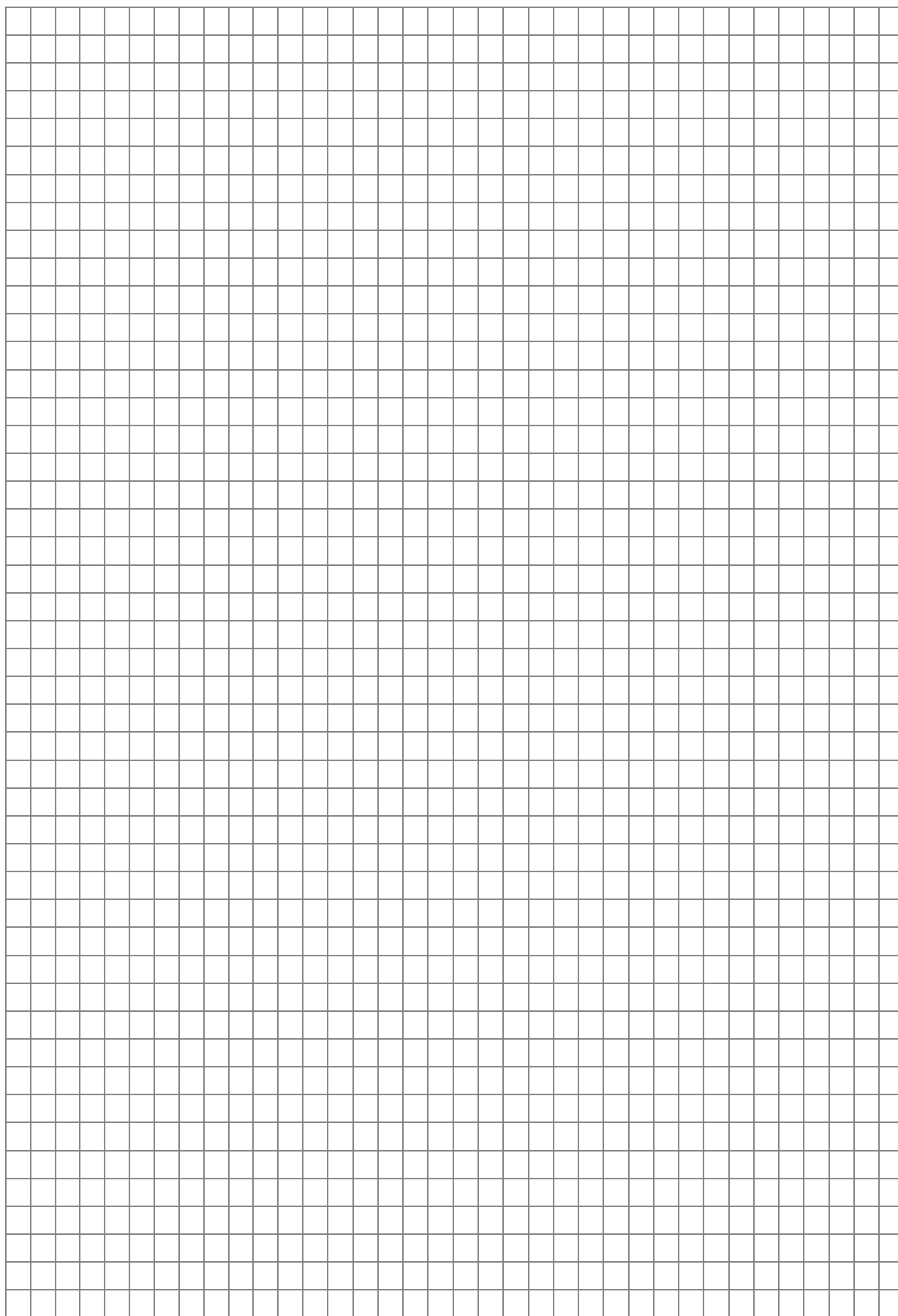


Zadanie 9. (4 pkt)

Źródło: CKE 2008 (PR), zad. 12.

W trójkącie prostokątnym ABC przyprostokątne mają długości: $|BC|=9$, $|CA|=12$. Na boku AB wybrano punkt D tak, że odcinki BC i CD mają równe długości. Oblicz długość odcinka AD .

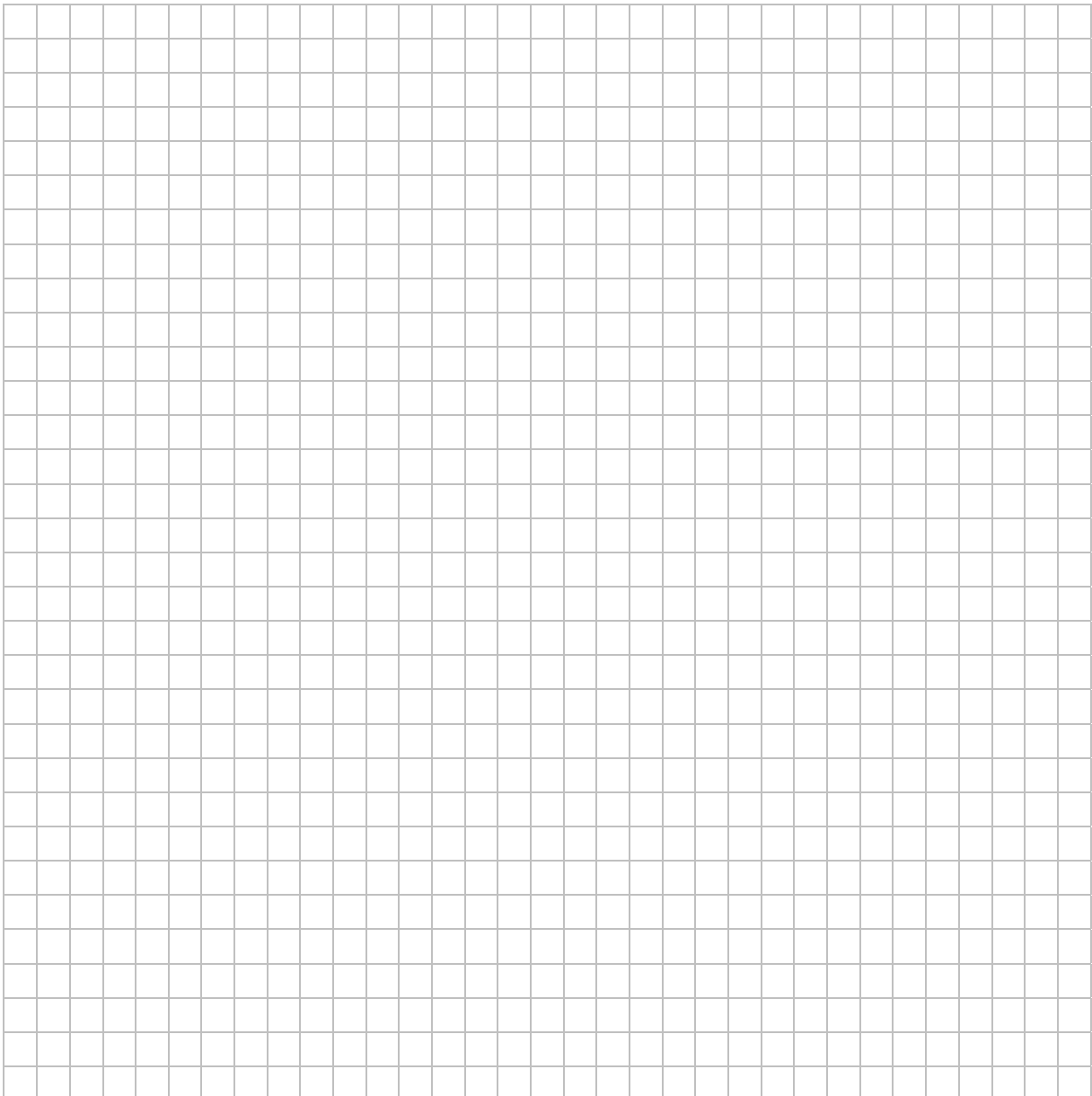
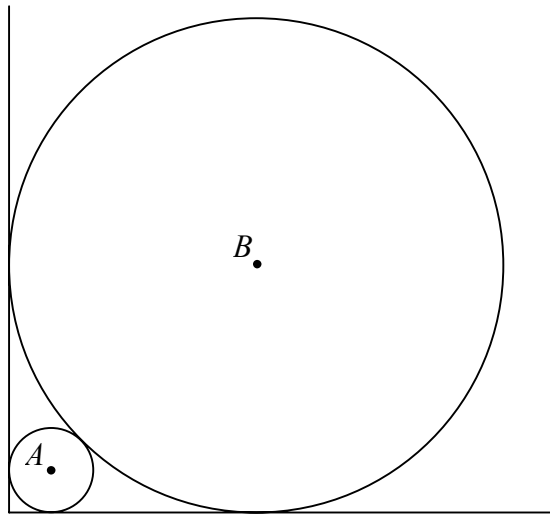


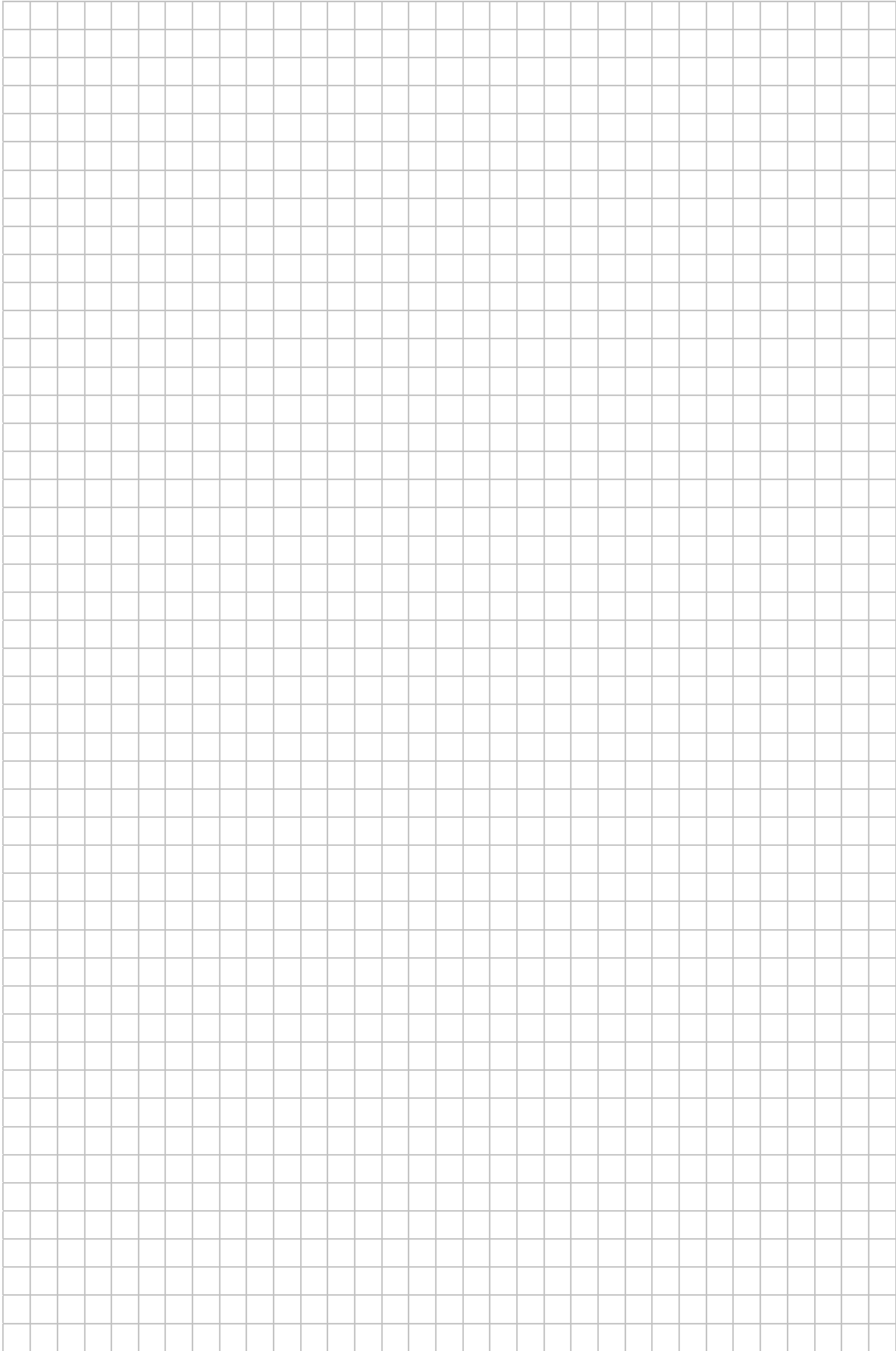


Zadanie 10. (4 pkt)

Źródło: CKE 2009 (PR), zad. 8.

Dwa okręgi o środkach A i B są styczne zewnętrznie i każdy z nich jest jednocześnie styczny do ramion tego samego kąta prostego (patrz rysunek). Udowodnij, że stosunek promienia większego z tych okręgów do promienia mniejszego jest równy $3 + 2\sqrt{2}$.





Zadanie 11. (4 pkt)

Źródło: CKE 2010 (PR), zad. 9.

Na bokach BC i CD równoległoboku $ABCD$ zbudowano kwadraty $CDEF$ i $BCGH$ (zobacz rysunek). Udowodnij, że $|AC| = |FG|$.

