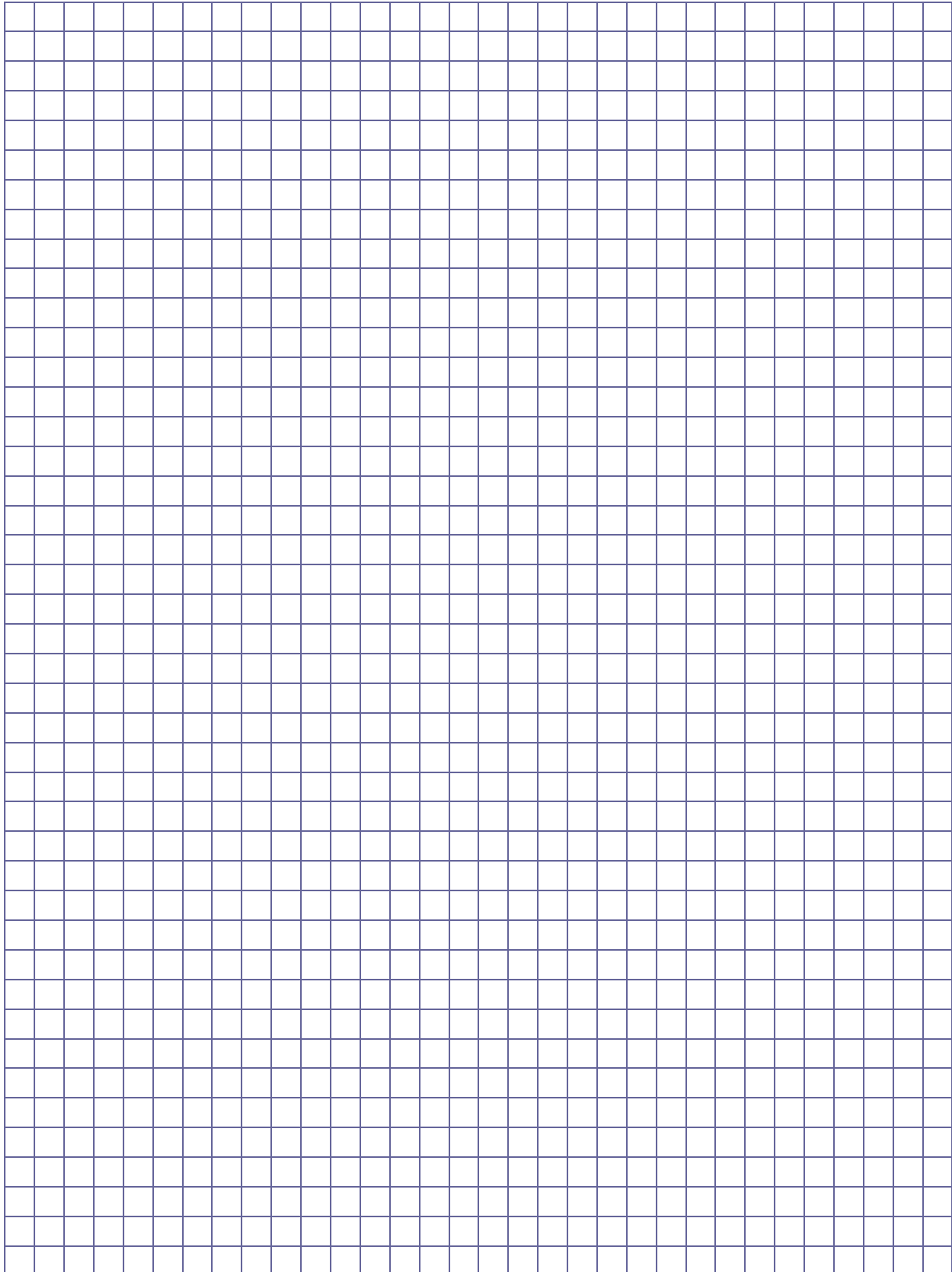


Ciągi liczbowe – poziom podstawowy

Zadanie 1. (4 pkt)

Źródło: CKE 2005 (PP), zad. 2.

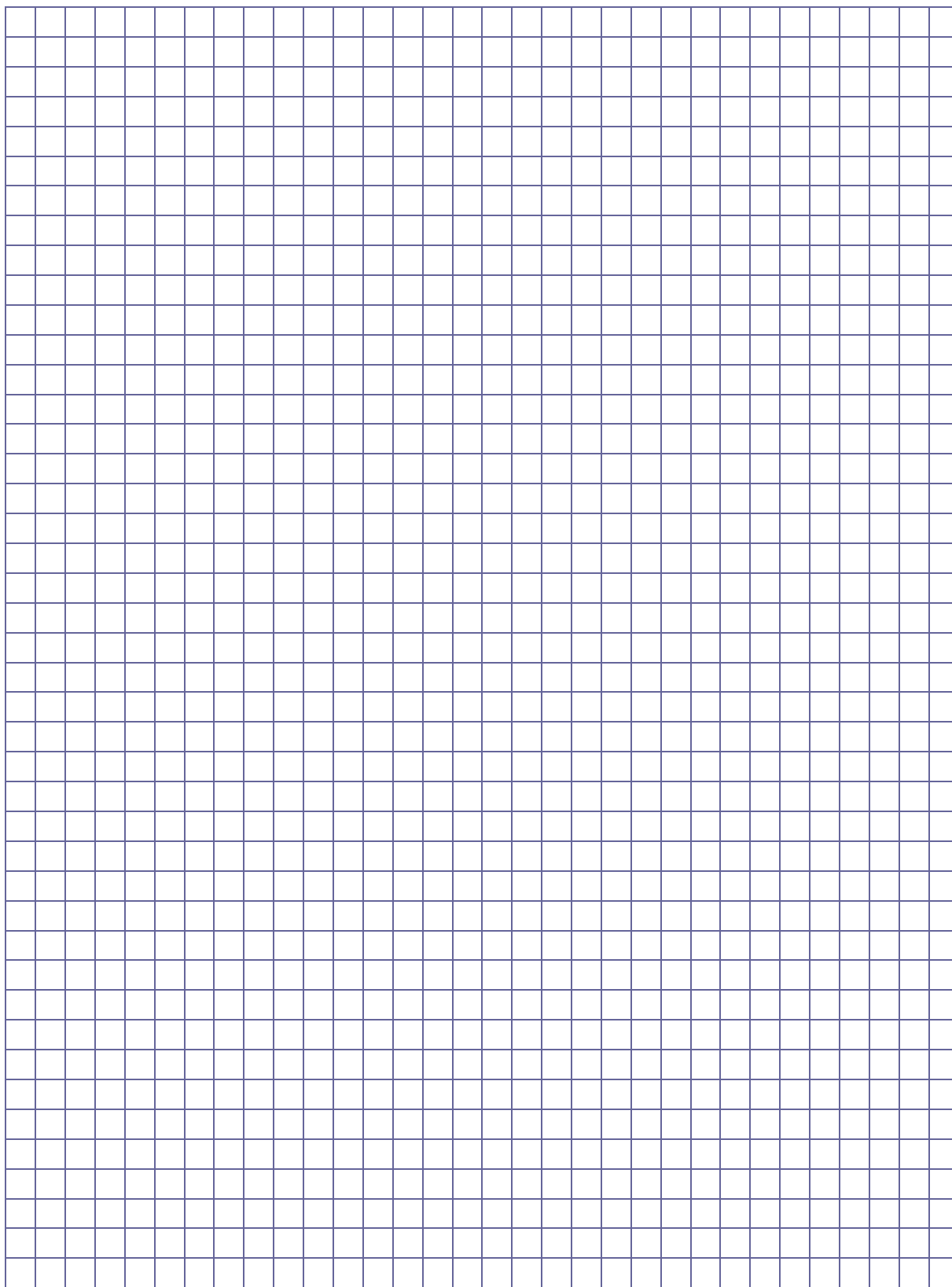
Dany jest ciąg (a_n) , gdzie $a_n = \frac{n+2}{3n+1}$ dla $n = 1, 2, 3, \dots$. Wyznacz wszystkie wyrazy tego ciągu większe od $\frac{1}{2}$.



Zadanie 2. (5 pkt)

Źródło: CKE 2005 (PP), zad. 4.

Na trzech półkach ustawiono 76 płyt kompaktowych. Okazało się, że liczby płyt na półkach górnej, środkowej i dolnej tworzą rosnący ciąg geometryczny. Na środkowej półce stoją 24 płyty. Oblicz, ile płyt stoi na półce górnej, a ile płyt stoi na półce dolnej.



Zadanie 3. (3 pkt)

Źródło: CKE 01.2006 (PP), zad. 5.

Zauważ, że:

$$1^2 = 1$$

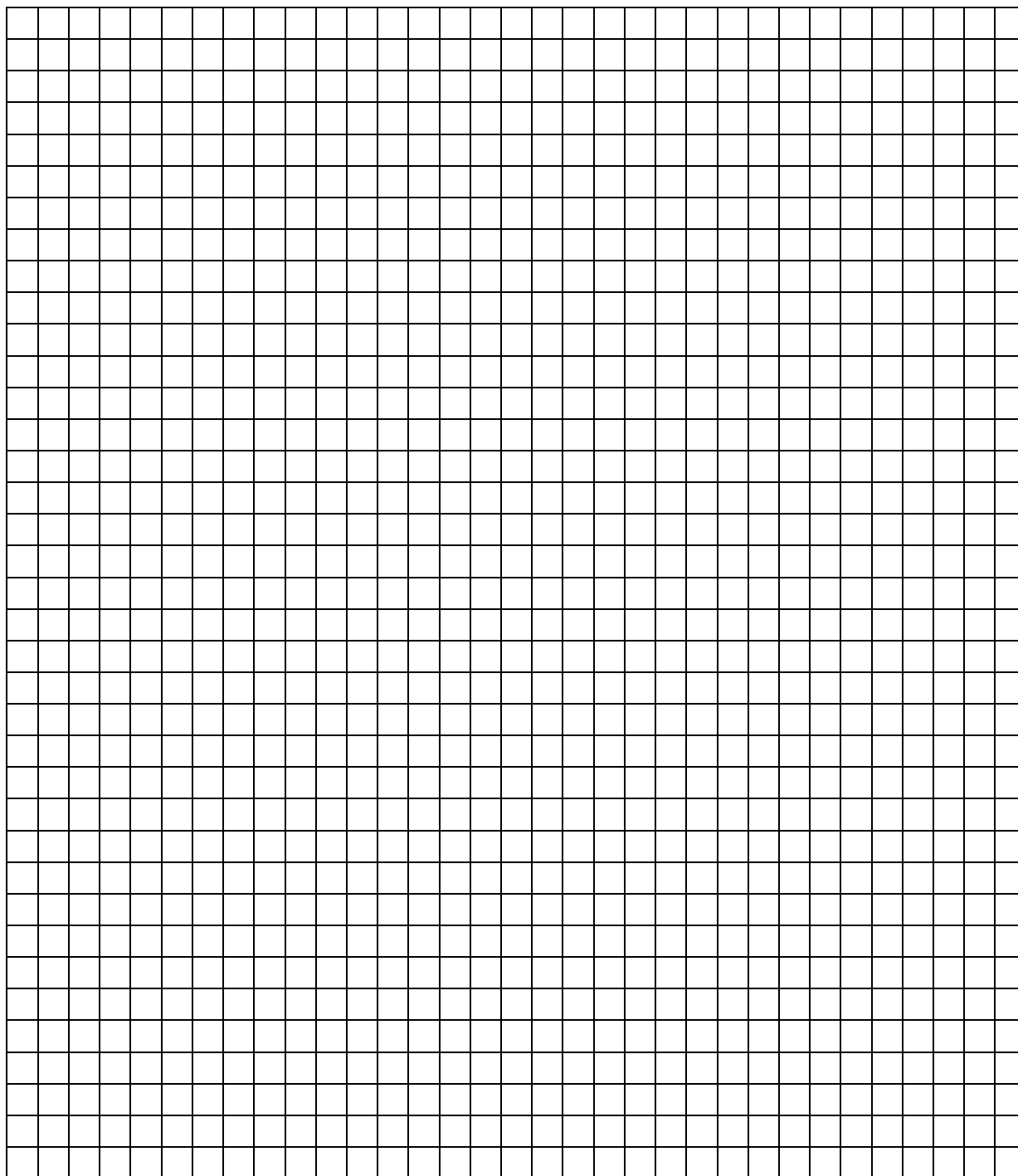
$$2^2 = 1 + 2 + 1$$

$$3^2 = 1 + 2 + 3 + 2 + 1$$

$$4^2 = 1 + 2 + 3 + 4 + 3 + 2 + 1$$

Stosując wzór na sumę kolejnych wyrazów ciągu arytmetycznego uzasadnij, że

$$n^2 = 1 + 2 + 3 + \dots + (n-1) + n + (n-1) + \dots + 3 + 2 + 1.$$

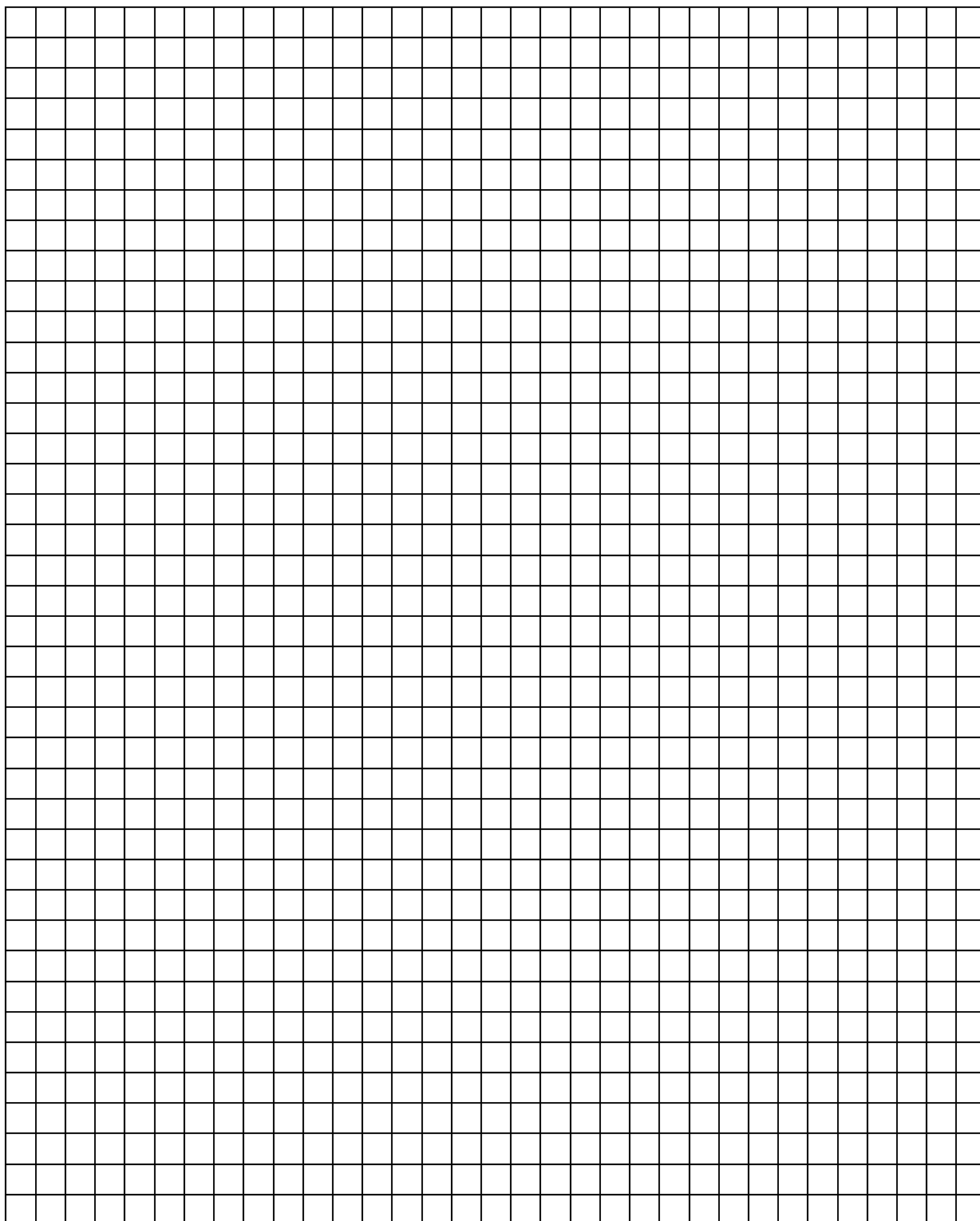


Zadanie 4. (6 pkt)

Źródło: CKE 01.2006 (PP), zad. 7.

Dany jest ciąg (a_n) o wyrazie ogólnym $a_n = \frac{5-3n}{7}$ $n = 1, 2, 3, \dots$.

- Sprawdź na podstawie definicji, czy ciąg (a_n) jest ciągiem arytmetycznym.
- Oblicz, dla jakiej wartości x liczby a_4 , $x^2 + 2$, a_{11} są kolejnymi wyrazami tego samego ciągu geometrycznego.

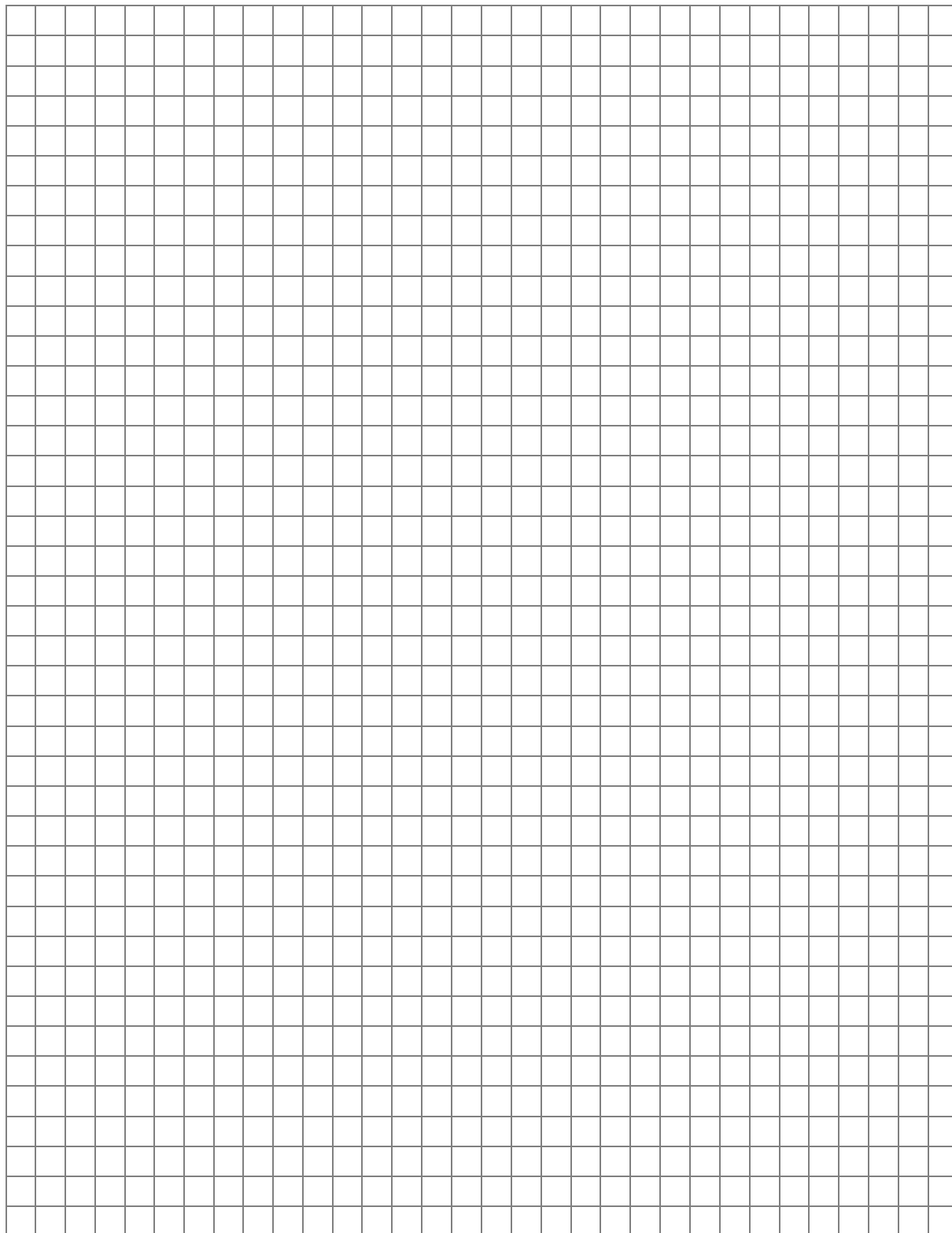


Zadanie 5. (4 pkt)

Źródło: CKE 05.2006 (PP), zad. 4.

Dany jest rosnący ciąg geometryczny, w którym $a_1 = 12$, $a_3 = 27$.

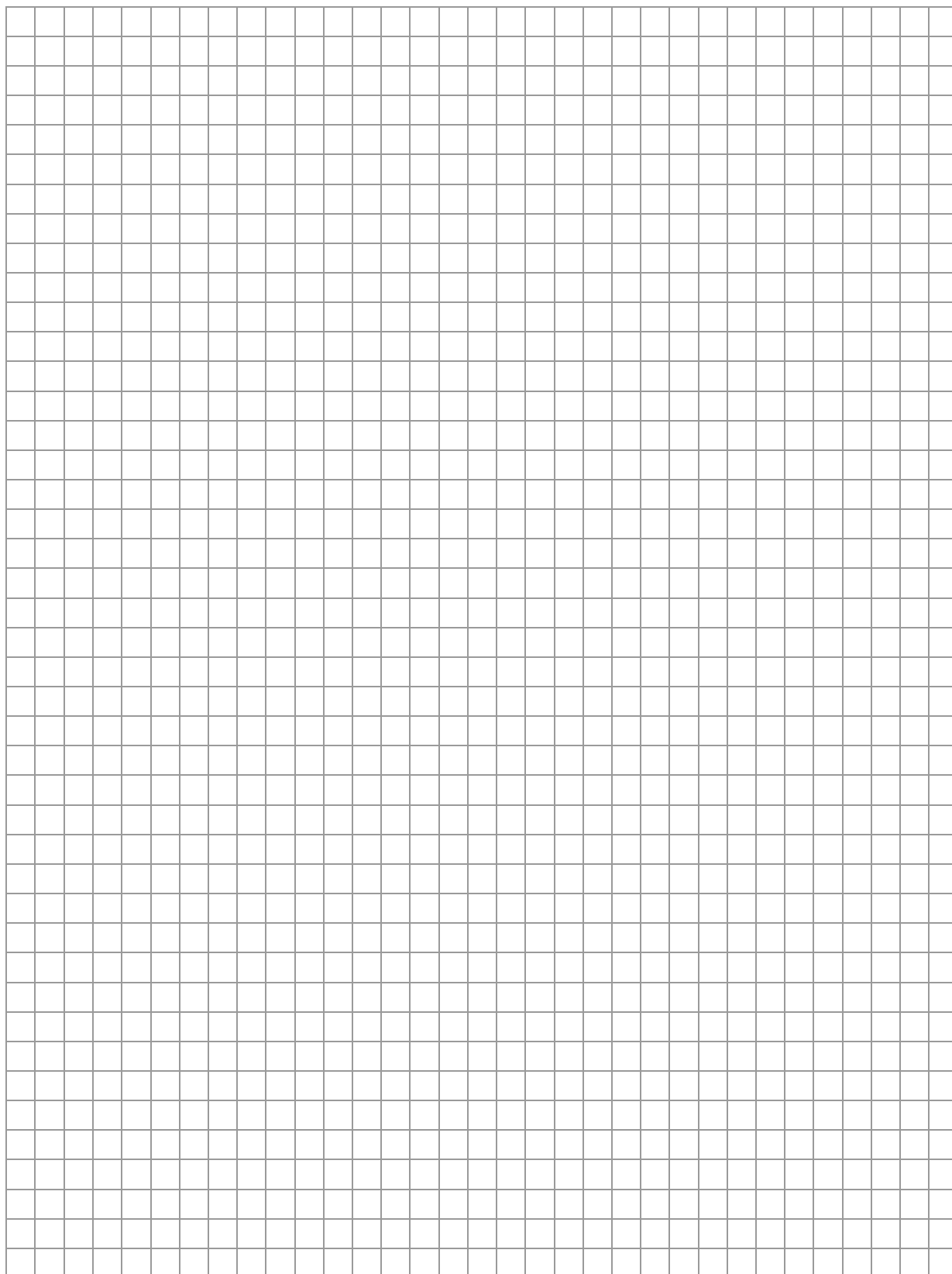
- Wyznacz iloraz tego ciągu.
- Zapisz wzór, na podstawie którego można obliczyć wyraz a_n , dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.
- Oblicz wyraz a_6 .



Zadanie 6. (5 pkt)

Źródło: CKE 11.2006 (PP), zad. 6.

W urnie znajdują się kule z kolejnymi liczbami 10, 11, 12, 13, ..., 50, przy czym kul z liczbą 10 jest 10, kul z liczbą 11 jest 11 itd., a kul z liczbą 50 jest 50. Z urny tej losujemy jedną kulę. Oblicz prawdopodobieństwo, że wylosujemy kulę z liczbą parzystą.

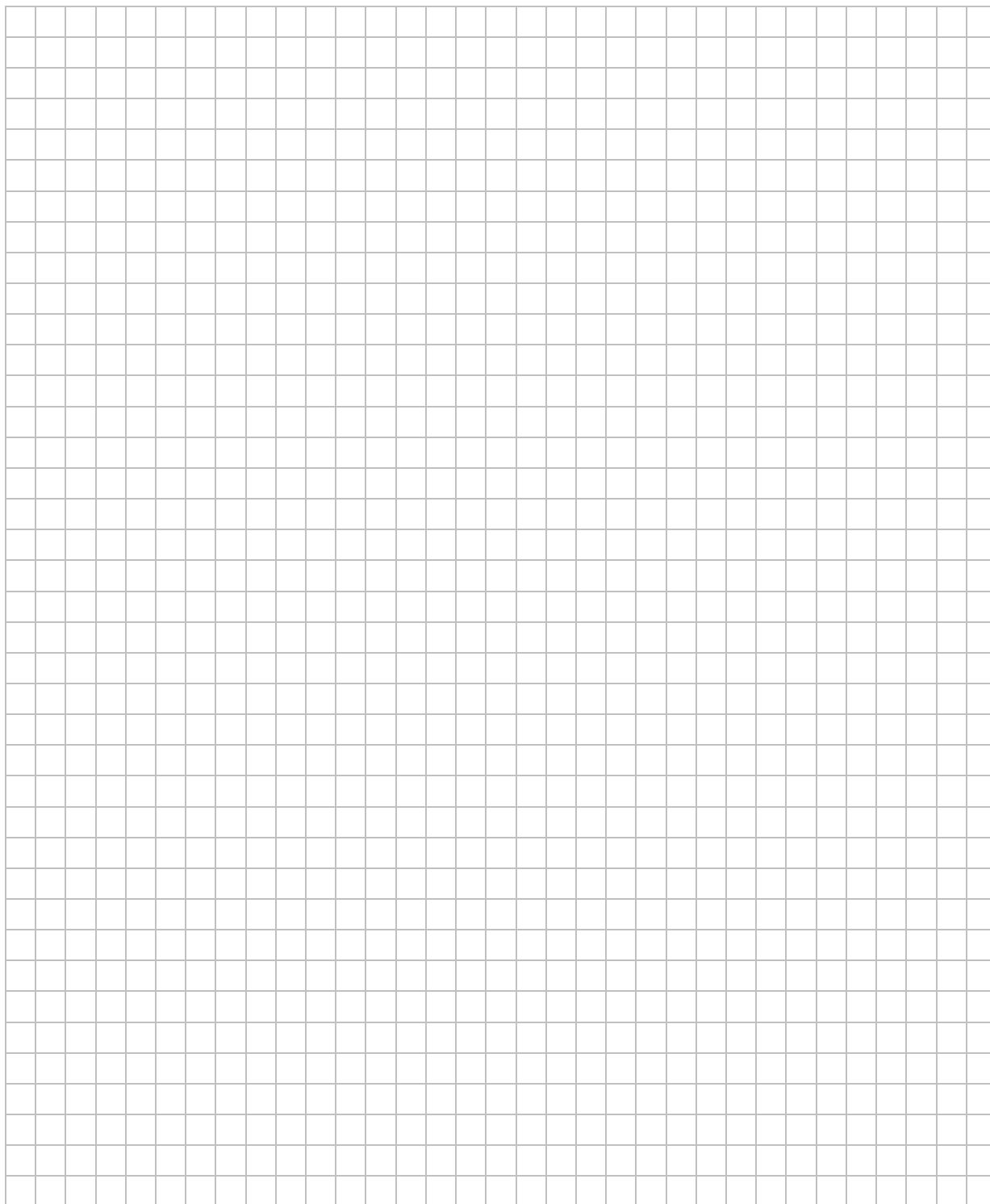


Zadanie 7. (5 pkt)

Źródło: CKE 2007 (PP), zad. 5.

Dany jest ciąg arytmetyczny (a_n) , gdzie $n \geq 1$. Wiadomo, że dla każdego $n \geq 1$ suma n początkowych wyrazów $S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$ wyraża się wzorem: $S_n = -n^2 + 13n$.

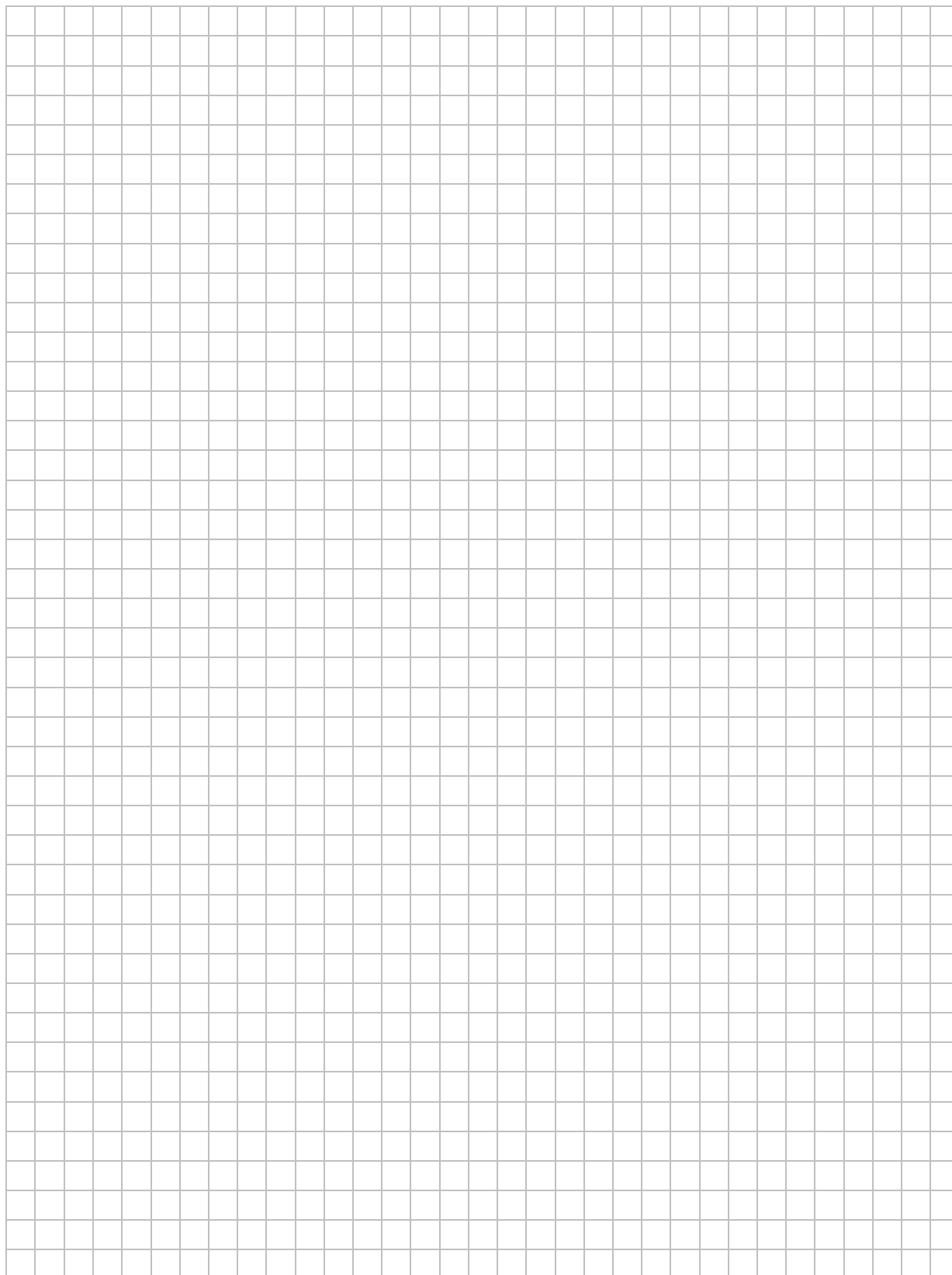
- Wyznacz wzór na n -ty wyraz ciągu (a_n) .
- Oblicz a_{2007} .
- Wyznacz liczbę n , dla której $a_n = 0$.



Zadanie 8. (4 pkt)

Źródło: CKE 2007 (PP), zad. 11.

Dany jest rosnący ciąg geometryczny (a_n) dla $n \geq 1$, w którym $a_1 = x$, $a_2 = 14$, $a_3 = y$.
Oblicz x oraz y , jeżeli wiadomo, że $x + y = 35$.

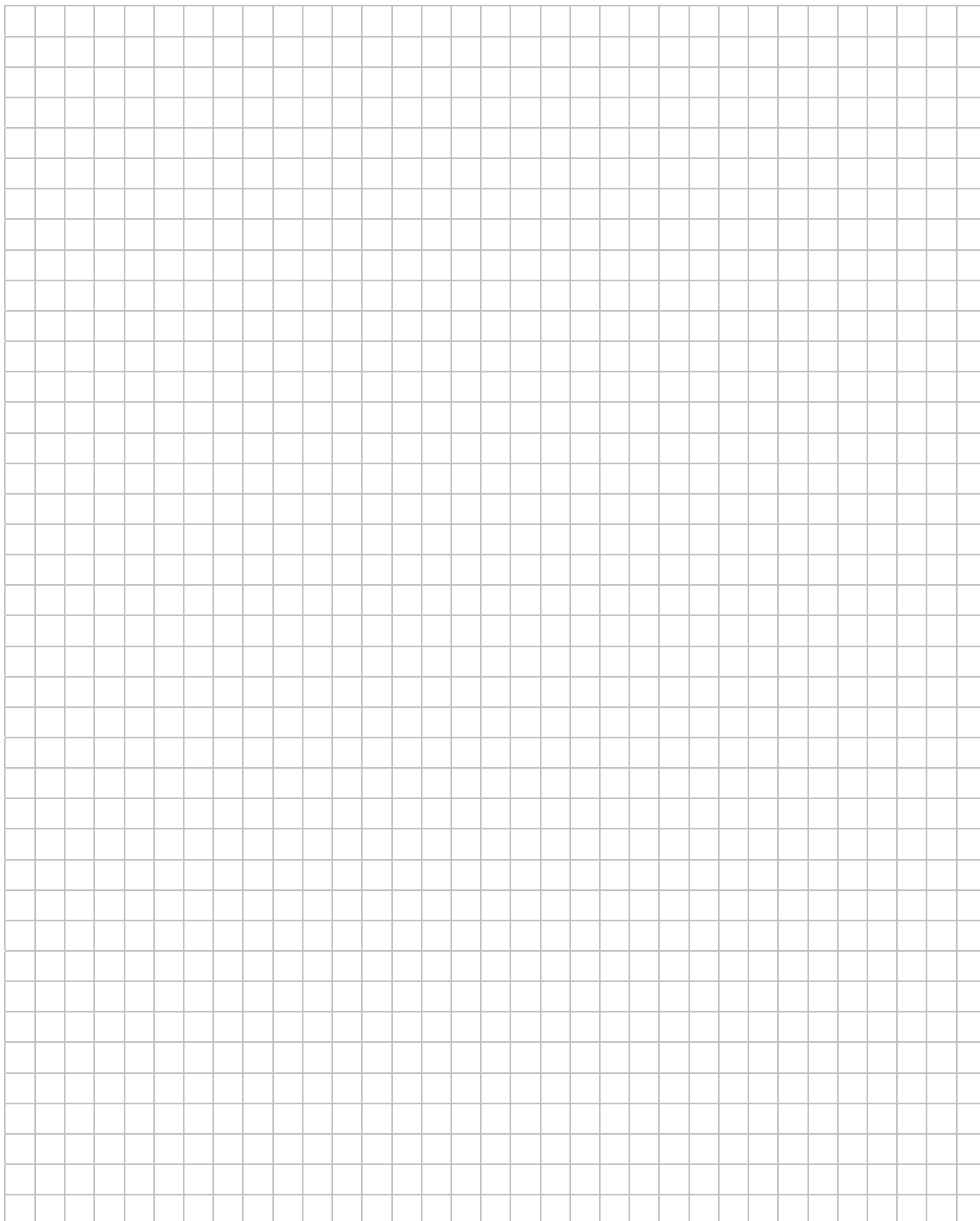


Zadanie 9. (5 pkt)

Źródło: CKE 2008 (PP), zad. 5.

Nieskończony ciąg liczbowy (a_n) jest określony wzorem $a_n = 2 - \frac{1}{n}$, $n = 1, 2, 3, \dots$.

- Oblicz, ile wyrazów ciągu (a_n) jest mniejszych od 1,975.
- Dla pewnej liczby x trzywyrazowy ciąg (a_2, a_7, x) jest arytmetyczny. Oblicz x .

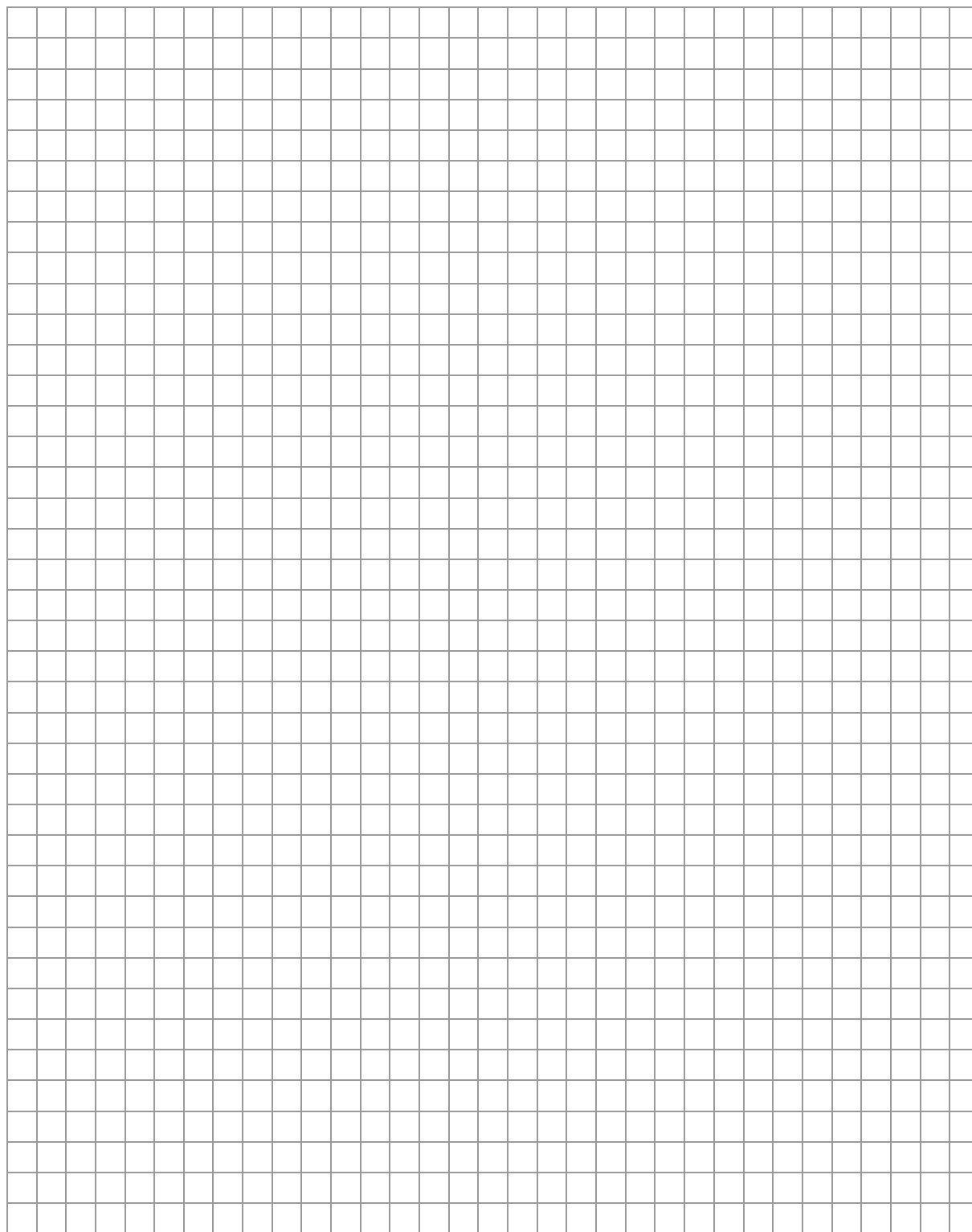


Zadanie 10. (6 pkt)

Źródło: CKE 2009 (PP), zad. 7.

Dany jest ciąg arytmetyczny (a_n) dla $n \geq 1$, w którym $a_7 = 1$, $a_{11} = 9$.

- Oblicz pierwszy wyraz a_1 i różnicę r ciągu (a_n) .
- Sprawdź, czy ciąg (a_7, a_8, a_{11}) jest geometryczny.
- Wyznacz takie n , aby suma n początkowych wyrazów ciągu (a_n) miała wartość najmniejszą.



Zadanie 15. (1 pkt)

Źródło: CKE 2010 (PP), zad. 11.

W ciągu arytmetycznym (a_n) dane są: $a_3 = 13$ i $a_5 = 39$. Wtedy wyraz a_1 jest równy

- A. 13 B. 0 C. -13 D. -26

Zadanie 16. (1 pkt)

Źródło: CKE 2010 (PP), zad. 12.

W ciągu geometrycznym (a_n) dane są: $a_1 = 3$ i $a_4 = 24$. Iloraz tego ciągu jest równy

- A. 8 B. 2 C. $\frac{1}{8}$ D. $-\frac{1}{2}$